



# HIDRAULIČKI I PNEUMATSKI SISTEMI

## Osnovi kinematke I dinamike tečnosti

# Osnovni hidrodinamički pojmovi



Tečnost se u hidrodinamici pa samim tim i u hidraulici posmatra kao **neprekidna lako deformabilna sredina**.

Pri tome se *kinematika tečnosti bitno razlikuje od kinematike krutog tela*, jer se tečnost sastoji iz neizmerno velikog broja delića koji se kreću jedan u odnosu na drugi, po različitim putanjama i svaki po svom zakonu.

Čak se i **na osnovu vizuelnog posmatranja tečnosti za vreme kretanja može zaključiti da je proces kretanja tečnosti vrlo složen**, tako da ni do dan danas mnogi problemi u vezi sa kretanjem tečnosti (a pogotovu gasova) nisu u potpunosti objašnjeni niti rešeni.

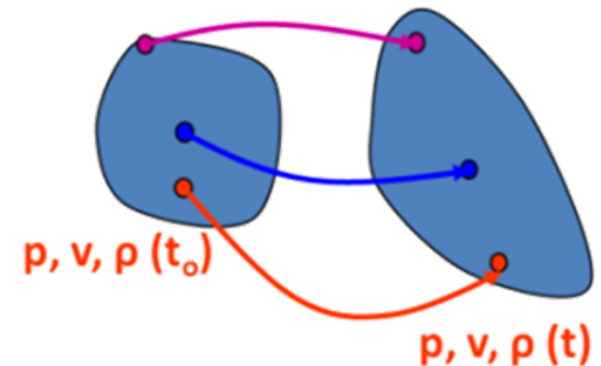
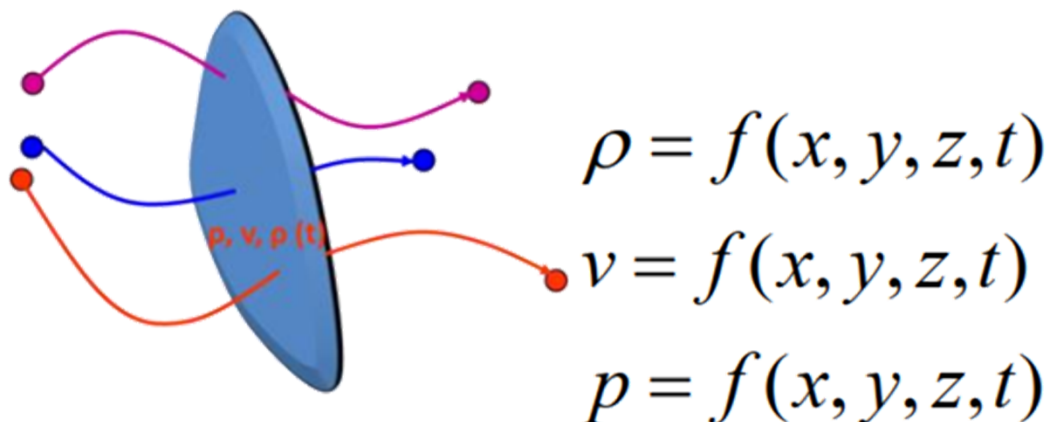
# Osnovne metode



Osnovne veličine (parametri) za proučavanje kretanja tečnosti su: **gustina, brzina strujanja i pritisak.**

Posmatra se njihova promena u prostoru i tokom vremena. Dva osnovna pristupa su **Ojlerov** i **Lagranžov** pristup.

- **Ojlerovim** pristupom posmatraju se promene veličina tokom vremena u jednom delu prostora tečnosti.
- **Lagranžovim** pristupom “prati se” delić tečnosti na putanji. Naravno, jedan delić nije dovoljan za proučavanje kretanja, pa je potrebno posmatrati više njih, što otežava problem.



# Osnovne metode



S obzirom na pretpostavku o neprekidnosti prostora koji tečnost ispunjava, pri premeštanju delića tečnosti iz jedne u obližnju sasvim blisku tačku, brzina i pritisak će se izmeniti za sasvim malu vrednost.

Brzina i pritisak se, dakle, smatraju neprekidnim funkcijama koordinata (i vremena, ako se menjaju u istoj tački u toku vremena).

Zato se proučavanje kretanja tečnosti u hidrodinamici, prema Ojlerovom načinu opisivanja i razmatranja strujanja, svodi na određivanje vektora brzine  $v=v(x,y,z,t)$  ili njenih projekcija  $v_x=v_x(x,y,z,t)$ ,  $v_y=v_y(x,y,z,t)$ ,  $v_z=v_z(x,y,z,t)$  i pritiska  $p=p(x,y,z)$ , pošto se gustina  $\rho$  smatra konstantnom.

# Vrste kretanja tečnosti

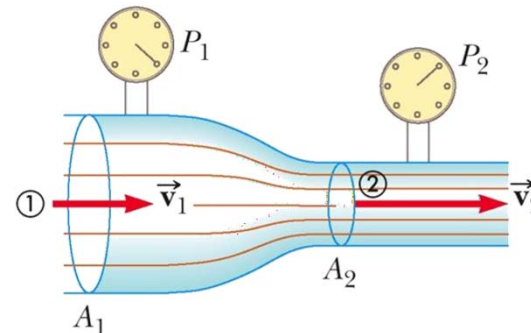
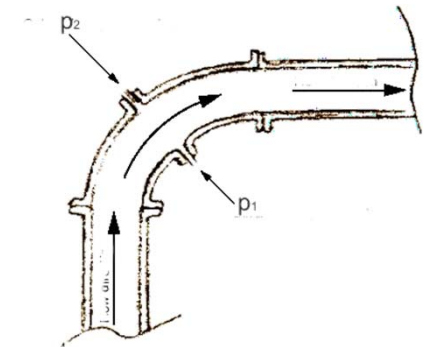
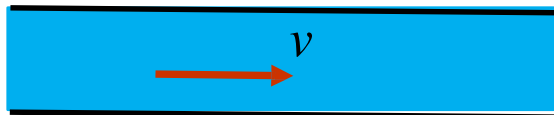


**Ustaljeno (stacionarno) kretanje**  
parametri kretanja u  
posmatranoj tački se ne menjaju  
tokom vremena  
**(ne zavisi od vremena)**

**Neustaljeno (nestacionarno) kretanje**  
parametri kretanja u posmatranoj  
tački su promenljivi  
**(zavisi od vremena)**

**Jednoliko (ravnomerno)  
strujanje**  
brzina je konstantna u  
celoj struji tečnosti

**Nejednoliko  
(neravnomerno) strujanje**  
vektor brzine se menja  
tokom strujanja bilo po  
intenzitetu ili pravcu



# Vrste kretanja tečnosti



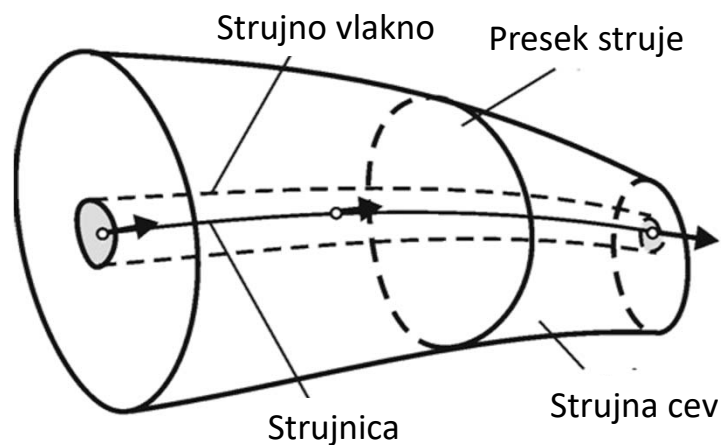
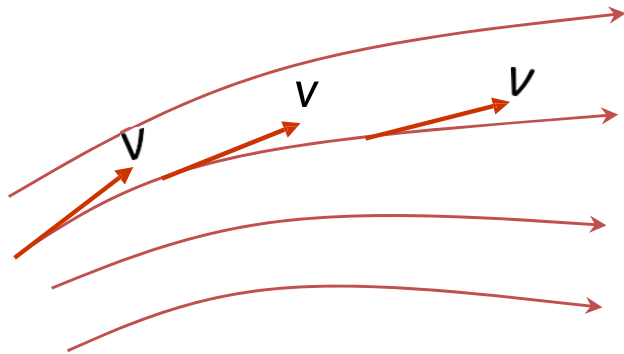
Da bi se tečnost kretala moraju postojati sile koje deluju na nju i izazivaju to strujanje.

- Strujanje slobodnim padom (otvoreni tokovi reke)
- Strujanje pod dejstvom mašine (naporno strujanje)
- Strujanje pod dejstvom gasa (pod pritiskom)

Strujanje može biti:

- prostorno,
- ravansko i
- osnosimetrično strujanje.

# Osnovni pojmovi



**Strujnica** ili **strujna linija** je prostorna kriva linija u čijim se tačkama pripadajući vektor brzine poklapa sa pravcem tangente na tu liniju u posmatranom trenutku vremena.

**Presek struje** je površina normalna na strujnice.

**Strujno vlakno** je skup strujnica koje se nalaze unutar tela čija je osnova mala površina na preseku struje.

**Strujna cev** je skup strujnih vlakana koje se nalaze unutar tela čija je osnova površina na preseku struje.

**Struja** je skup strujnih cevi.



# Režimi strujanja tečnosti



Postoje dva režima strujanja tečnosti:

**Laminarno (slojevito)** – kretanje kod kojeg se strujnice ne mešaju i određene su oblikom prostora kroz koji tečnost struji. Na primer, kod pravolinijske cevi konstantnog poprečnog preseka one su paralelne osi cevi: tj. strujnice su prave linije. Slobodna površina tečnosti, ako postoji, je ravna. Kod ovakvog strujanja nema poprečnog kretanja tečnosti, **brzina i pritisak ne pulsiraju**. Laminarno kretanje je, dakle, kretanje koje odaje utisak potpune pravilnosti. To je kretanje u slojevima, odakle za isto dolazi uobičajeni naziv (od latinske reči *lamina* - sloj).

**Turbulentno (vrtložno)** – kretanja zapaža se da je uzburkano i haotično; na slobodnoj površini tečnosti (ako postoji) javljaju se ispupčenja i udubljenja, koja su vidljiva i koja nemaju stalan oblik; čas se pojave čas nestanu. **brzina i pritisak pulsiraju** za vreme strujanja. Ovo kretanje ostavlja utisak potpune nepravilnosti i zato se naziva turbulentnim kretanjem (od latinske reči *turbulentus* - nepravilan).



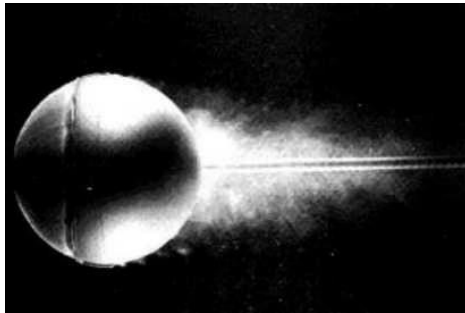
# Režimi strujanja



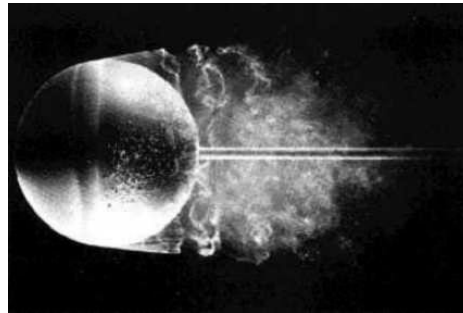
Oba načina kretanja tečnosti mogu da se ostvare u cevima i kanalima. Laminarno kretanje se ostvaruje obično kada je reč o viskoznijim tečnostima.

- Kretanje sirove nafte u naftovodima i težih naftnih derivata kao i raznih ulja je laminarno.
- Strujanje vode kroz cev malog prečnika (kapilare) je, takođe, laminarno.
- Strujanje vode u cevima većeg prečnika, kanalima i rekama je, po pravilu, turbulentno.
- Kretanje vazduha i drugih gasova kroz cevovod je turbulentno.

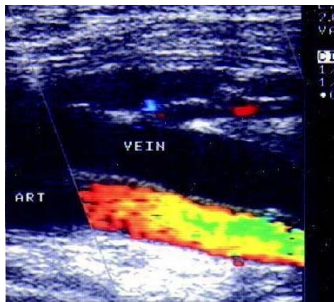
# Režimi strujanja



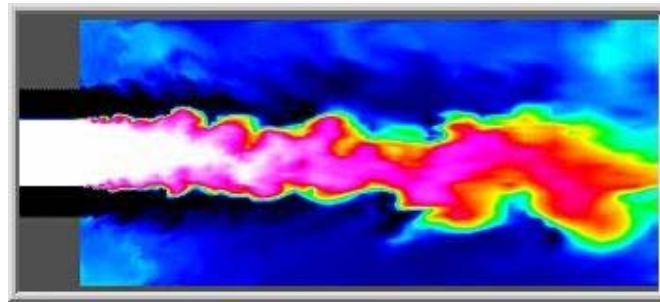
laminarno strujanje



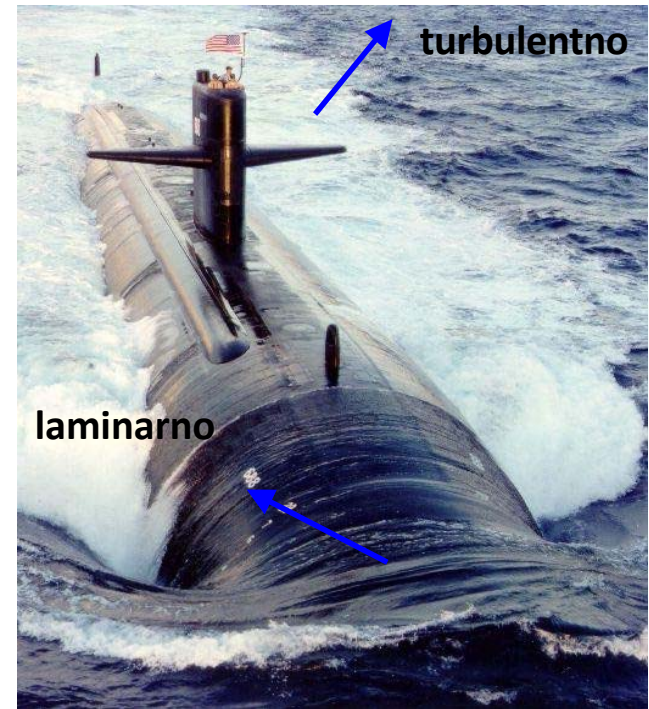
turbulentno strujanje



laminarno strujanje krvi

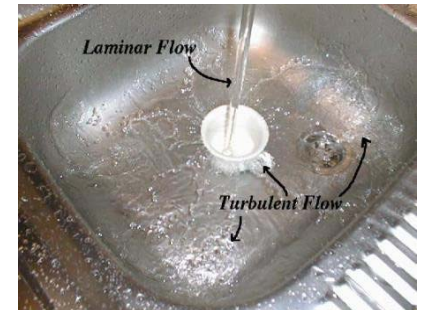


turbulentno strujanje u auspuhu



laminarno

turbulentno



# Režimi strujanja



Ispitivanje režima strujanja prvi je izvršio Osborne Reynolds 1883. g

Rejnoldsov broj:

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{vd\rho}{\eta}$$

$v$  - srednja brzina strujanja

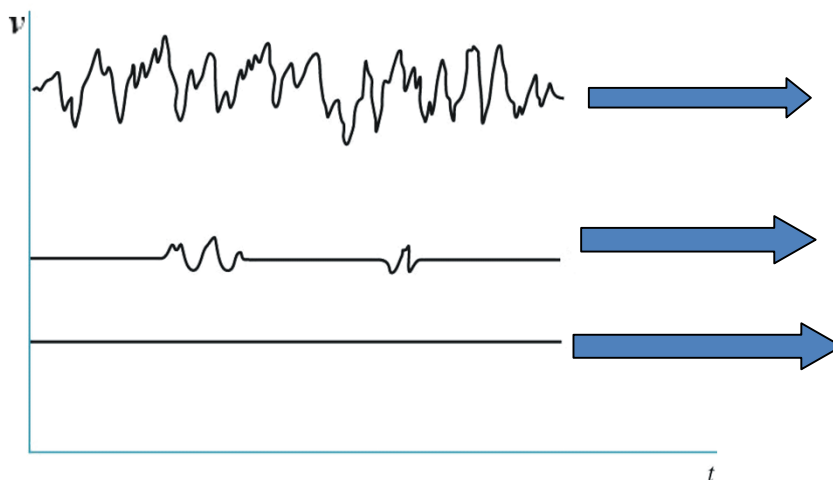
$\nu$  - koeficijent kinematske viskoznosti

$d$  - prečnik cevi

$\eta$  - koeficijent dinamičke viskoznosti

$\rho$  - gustina

Rejnoldsov broj predstavlja odnos inercijalnih viskoznih sila. "Pobeda" inercijalnih sila izaziva turbulentno strujanje.

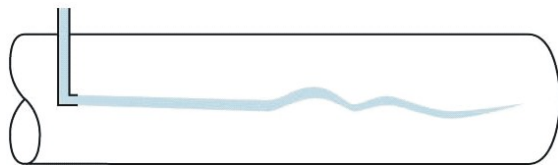
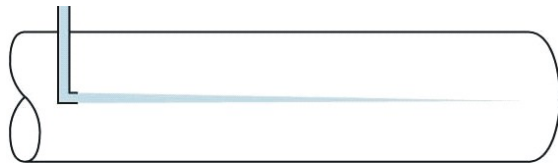


$Re > 4000$  – turbulentno

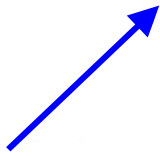
$2100 < Re < 4000$  – prelazno

$Re < 2100$  - laminarno

# Promena režima strujanja



Brzina strujanja se postepeno povećava



**laminarno**



**prelazno**



**turbulentno**



# Promena režima strujanja



- Prelaz turbulentnog strujanja u laminarno uvek se odigrava pri istoj brzini, tako da se ispod određene brzine nikako ne može postići turbulentno strujanje.
- Prelaz sa jedne na drugu vrstu tečnosti Reynolds je nazvao **kritičnom brzinom**.
- Bezdimenzijski koeficijent  $k$  isti je za sve tečnosti i gasove i za sve prečnike cevi.
- Koeficijent  $k$  je čist broj koji, kako su pokazali ogledi za cev kružnog preseka, ima vrednost **2320**.
- Kao priznanje Reynoldsu, ovaj broj je nazvan **kritičnim reynoldsovim brojem**.

$$v_{kr} = k \frac{v}{d}$$

$$k = \frac{v_{kr} d}{v}$$

$$Re^* = \frac{v_{kr} d}{v} = 2320$$

# Protok



**Protok** je količina tečnosti koja prođe kroz presek struje fluida u jedinici vremena. Količina se posmatra kao masa ili zapremina.

Tako postoje:

- **maseni protok** ( $Q_m$ ) – masa fluida koja prođe kroz presek struje u jedinici vremena. Najčešće se primenjuje kod strujanja stišljivih fluida (gasova) i

$$Q_m = \frac{m}{t} \quad (kg/s)$$

- **zapreminski protok** ( $Q$ ) – zapremina fluida koja prođe kroz presek u jedinici vremena. Primenjuje se kod strujanja nestišljivih fluida (tečnosti).

$$Q_m = \frac{m}{t} \quad (m^3/s \text{ ili } l/min)$$

$$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \rho Q$$

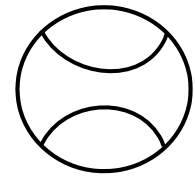
# Merenje protoka



Merni uređaji za merenje protoka nazivaju se **protokomeri**.

Vrste protokomera:

- **rotametar**: plovak se podiže više pri većem protoku
- **turbulentni**: zaslon osciluje brže pri većem protoku
- **oscilujuć**i: frekvencija je veća pri većem protoku
- **Koriolisov**: cevi se šire više pri većem protoku
- **turbinski**: lopatice se obrću brže pri većem protoku
- **pritisni**: protok se meri prema razlici pritisaka  $p_1$  i  $p_2$  nastale usled promene preseka struje



Hidraulični simbol  
protokomera



# Brzina strujanja tečnosti

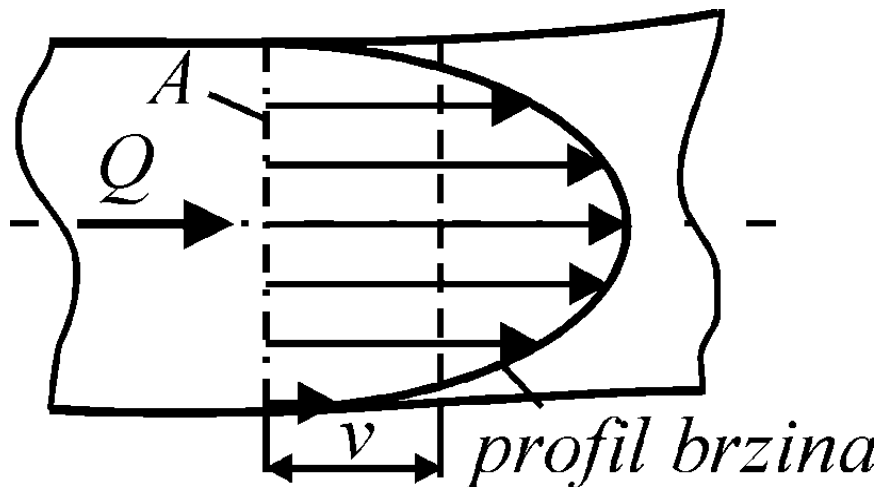


Brzina strujanja nije ista u svim tačkama preseka.

Razlika zavisi od viskoznosti, trenja sa zidovima cevi i stišljivosti.

Za brzinu strujanja u preseku uzima se **srednja brzina**:

$$v = \frac{Q}{A}$$



# Snaga struje tečnosti



**Snaga** je se može definisati kao brzina vršenja rada, tj. proizvod sile i brzine:

$$P = Fv$$

Kako je:

$$F = pA \quad i \quad Q = Av$$



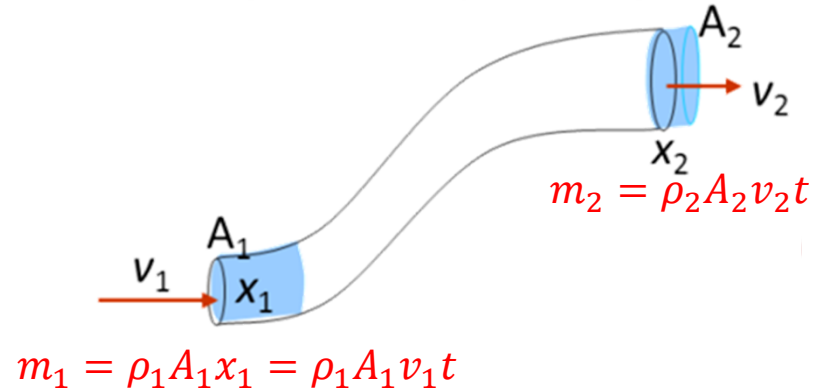
**Snaga** je proizvod pritiska i protoka.

$$P = pQ$$

# Jednačina kontinuiteta



Predstavlja zakon o održanju mase primenjen na strujanje fluida.



Prema zakonu održanju mase:

$$m_1 = m_2$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Za nestišljivu tečnost:  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

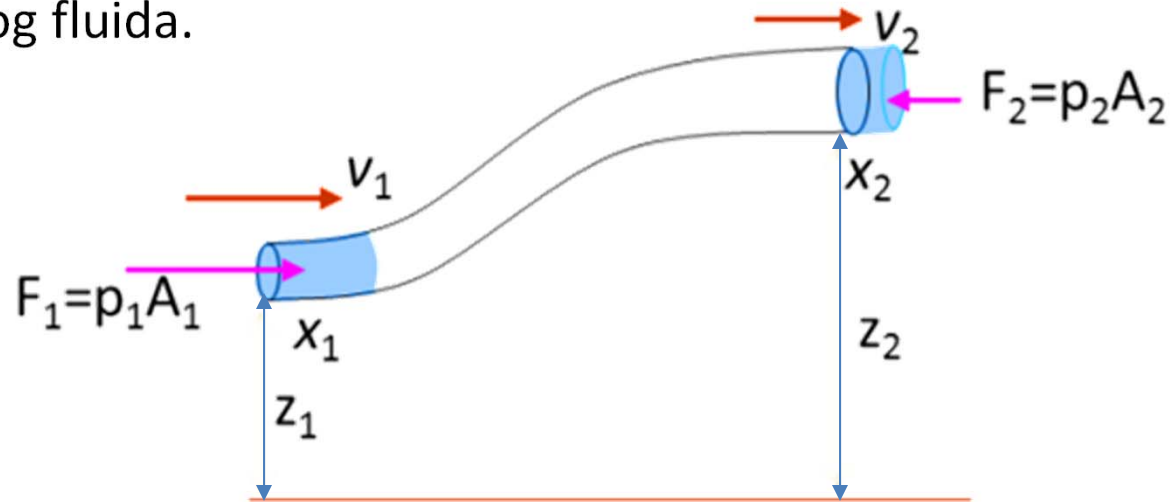
$$Av = Q = \text{const}$$

**Protok pri stacionarnom strujanju savršenog, nestišljivog fluida je konstantan.**

# Bernulijeva jednačina



Predstavlja primenu zakona o održanju energije na stacionarno strujanje nestišljivog fluida.



Rad u presecima 1 i 2:

$$W_1 = F_1 x_1 = p_1 A_1 x_1 = p_1 V$$

$$W_2 = -F_2 x_2 = -p_2 A_2 x_2 = -p_2 V$$

Ukupni rad:

$$W = (p_1 - p_2) \Delta V$$

# Bernulijeva jednačina



Promena kinetičke energije:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Promena potencijalne energije:

$$\Delta E_p = mgz_2 - mgz_1$$

Prema zakonu o održanju energije:

$$W = \Delta E_k - \Delta E_p$$

$$(p_1 - p_2)V = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_2 - mgz_1$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \text{const}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_2 - \rho g z_1$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

# Bernulijeva jednačina



$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = \text{const}$$

Diagram illustrating the components of the Bernoulli equation:

- Statički pritisak (Static pressure) corresponds to  $p$ .
- Brzinski pritisak (Dynamic pressure) corresponds to  $\frac{1}{2}\rho v^2$ .
- Visinski pritisak (Hydrostatic pressure) corresponds to  $\rho g z$ .

**Zbir statičkog, brzinskog i visinskog pritiska za svaki presek stacionarne struje savršenog i nestišljivog fluida je konstantan.**

Visinski oblik Bernulijeve jednačine:

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = \text{const}$$

**Zbir piezometrijske, brzinske i geodezijske visine za svaki presek stacionarne struje savršenog i nestišljivog fluida je konstantan.**

# Primena Bernulijeve jednačine



**Strujanje u pravoj cevi** gde je  $z_1=z_2$ :

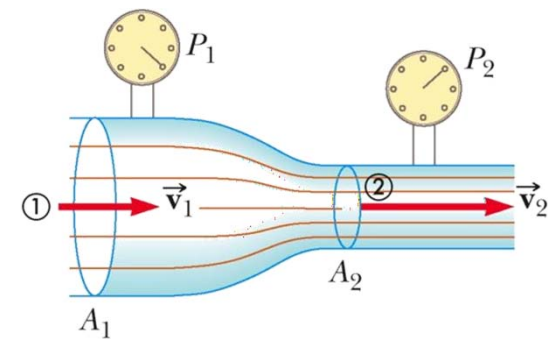
$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$



## Strujanje u cevi promenljivog prečnika

U užem delu cevi fluid struji brže ( $v_2 > v_1$ ). Zbog toga je pritisak na širem delu veći ( $p_1 > p_2$ ). To se može iskoristiti za merenje brzine (Pito cev) i protoka (Venturijeva cev). Može se pokazati da protok zavisi od izmerene razlike pritiska:

$$Q = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} = k\sqrt{\Delta p}$$





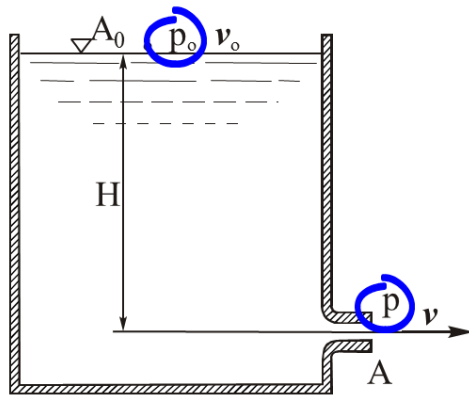
# Primena Bernulijeve jednačine



## Isticanje kroz mali otvor u tankom mlazu

Slobodna površina  $A_0$  je mnogo veća od poprečnog preseka otvora  $A$ , pritisci na površini i otvoru su jednaki ako visina nije velika ( $p=p_0$ ) i važi jednačina kontinuiteta ( $Av = A_0v_0$ ).

Bernulijeva jednačina za površinu  $A_0$  i mali otvor  $A$ :



$$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} + H = \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$$
$$v_0 = \frac{A}{A_0} v$$
$$v^2 \left( 1 - \frac{A^2}{A_0^2} \right) = 2g \left( \frac{p - p_0}{\rho g} + H \right)$$
$$0 \approx 0$$
$$v = \sqrt{2gH}$$

**Toričelijev obrazac:** brzina kojom tečnost ističe kroz mali otvor u tankom zidu, koji se nalazi na dubini  $H$  od površine tečnosti jednaka je brzini koju bi telo imalo pri slobodnom padu sa te visine.

$$Q = Av = A\sqrt{2gH}$$

# Primena Bernulijeve jednačine



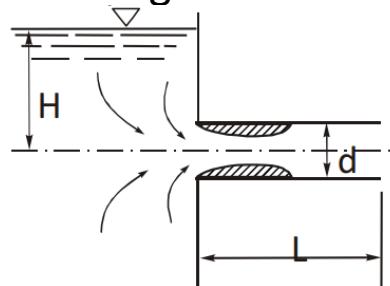
## Isticanje kroz naglavke

Za povećanje koeficijenta isticanja, a time i brzine isticanja i protoka, koriste se nastavci koji se nazivaju **naglavci**.

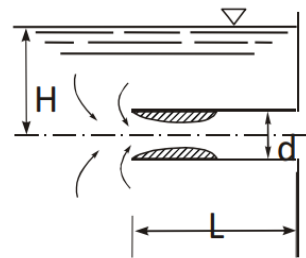
U suženom delu (mrtva zona) povećava se brzina strujanja, time i protok. Ali, u ostalom delu dolazi do gubitka energije, pa se dužina naglavka mora ograničiti.

Ustanovljeno je da dužina mrtve zone iznosi 4 prečnika, pa se naglavci konstruišu tako da bude  $l = 4d$ .

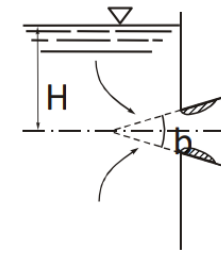
Naglavci mogu biti različitih oblika:



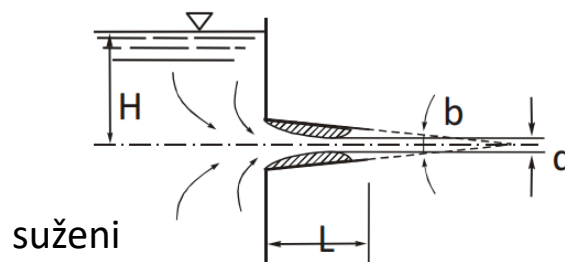
cilindrični



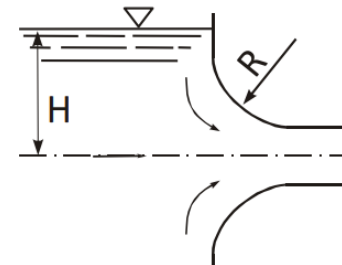
Bordin



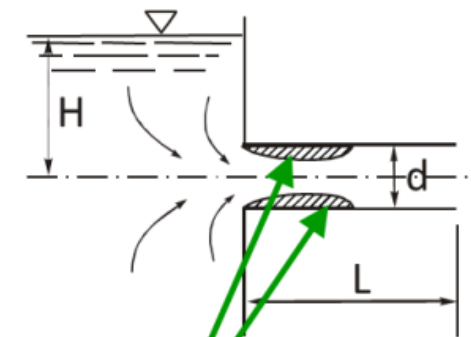
prošireni



suženi



konusni



„mrtva zona“

# Otpori strujanju tečnosti



Realne (viskozne) tečnosti struje od mesta sa većim pritiskom ka mestima sa manjim pritiskom. Pri tome nailazi na otpore koji rastu u zavisnosti od:

- povećanja brzine strujanja
- povećanja dužine cevi
- viskoznosti
- pojave turbulencije
- smanjenja preseka

Otpor izaziva gubitka pritiska  $\Delta p$ . Bernulijeva jednačina za realnu tečnost je:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + \Delta p$$

Gubici mogu biti:

- gubici na putu  $\Delta p_L$  i
- lokalni gubici  $\Delta p_\xi$

Ukupan gubitak pritiska:

$$\Delta p = \Delta p_L + \Delta p_\xi$$

# Otpori strujanju tečnosti



## Gubici na putu

$$\Delta p_L = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho v^2}{2}$$

Koeficijent gubitaka  
Za laminarno strujanje

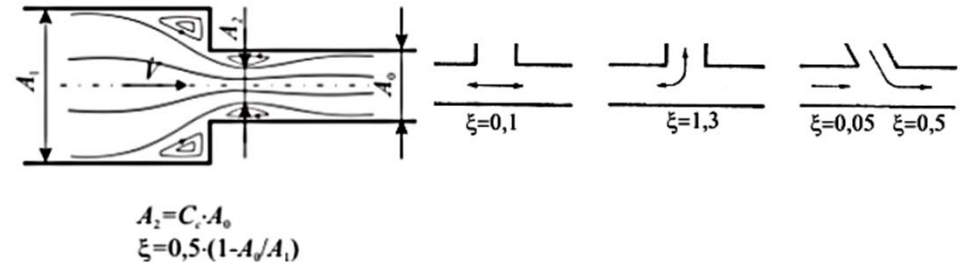
$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Gubici najviše zavise od brzine strujanja  $v$ , potom od dužine cevi  $l$ , prečnika cevi  $d$  i gustine tečnosti  $\rho$ .

## Lokalni gubici

$$\Delta p_\xi = \xi \frac{\rho v^2}{2}$$

Faktor lokalnih otpora



Kako gubici najviše zavise od brzine, da bi se smanjili gubici, preporučuju se brzine strujanja u hidrauličnim sistemima:

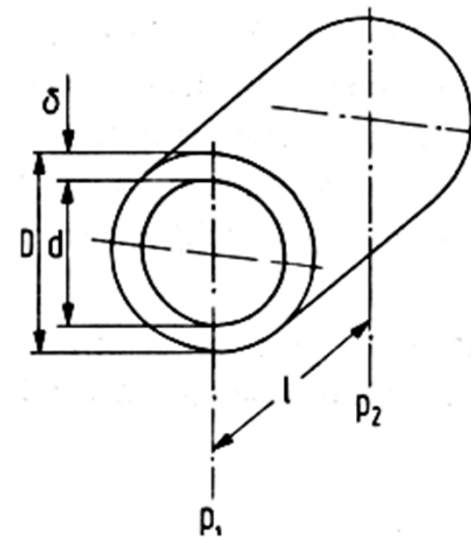
- za usisne vodove (pre pumpe): 0,5 – 2 m/s
- za potisne vodove (posle pumpe): 2 – 15 m/s
- za povratne vodove (pre rezervoara): 2 m/s

# Otpori strujanju tečnosti



## Isticanje kroz prstenasti zazor

Prstenasti zazor postoji u svim komponentama hidrauličnih sistema (klip i zid cilindra, zubi i zid pumpe itd). Ako je zazor mali ( $\delta=2-8\mu\text{m}$ ) i koncentričan, gubici postaju toliki (veliko  $l$ , malo  $d$ ) da strujanja (curenja) praktično nema.



# Hidraulički udar



## Isticanje kroz prstenasti zazor

Hidraulični udar nastaje zbog nagle promene brzine strujanja izazvane naglim otvaranjem ili zatvaranjem toka.

Manifestuje se bukom i udarima koji mogu izazvati lomove.

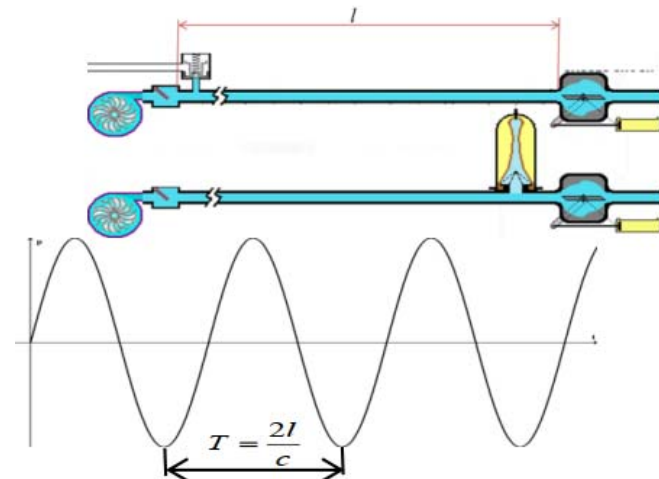
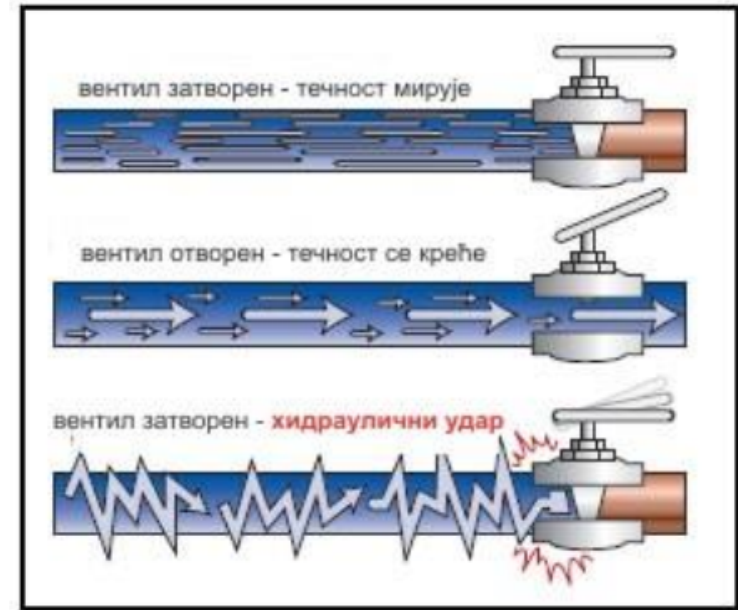
Zatvaranjem ventila nastaje veliki porast pritiska:

$$\Delta p = \rho c v$$

***Porast pritiska pri hidrauličnom udaru jednak je proizvodu gustine tečnosti, brzine prostiranja zvuka u toj tečnosti i brzine strujanja tečnosti.***

Povećanje pritiska izaziva udarni talas koji se kroz tečnost prostire brzinom kojom bi se zvučni talas prostirao u tečnosti.

Perioda tog talasa iznosi  $T = 2l/c$





# Hidraulički udar



Kada bi se smanjilo vreme otvaranja ventila  $T < t_z$  , udara ne bi bilo. Ali u hidrauličnim sistemima to nije moguće, jer postoji veliki broj otvaranja i zatvaranja tokova.

Zato je neophodno udar kompenzovati. Sigurnosni ventil u prvom cevovodu se ne otvara dovoljno brzo da spreči udar.

Efikasniji način je ugradnja **akumulatora**. Tako će se energija udara kasnije moći iskoristiti kao dodatna energija za potrebe sistema.

